2°/ $F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{(x-2)} + c \qquad c \in IR$

**Solution 9 :**

1°/ $f$ est continue sur $\mathbb{R}$ donc $f$ possède au moins une primitive F définie sur $\mathbb{R}$.

Comme F(0) = 0 alors F est unique .

2°/ Soit $\varphi(x) = F(-x) + F(x)$

$\varphi$ est définie , dérivable sur $\mathbb{R}$

$\varphi'(x) = -F'(-x) + F'(x) \qquad = \frac{-1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} = 0$

D'où $\varphi(x) = c$

Or $\varphi(0) = F(0) + F(0) = 0$ d'où c = 0

D'où pour tout $x \in \mathbb{R}$ : $\varphi(x) = 0$

Et par suite F(-x) = -F(x)

Conclusion : F est une fonction impaire .

3°/

a) $G(x) = F(\tan x)$ où $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

On a : $G = F_0 \tan$

tg est dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

et pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ : $(\tan x) \in Df = \mathbb{R}$

et comme F est dérivable sur $\mathbb{R}$